

TD8 : systèmes linéaires

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}, \quad (2) \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 6y = 15 \end{cases}, \quad (3) \begin{cases} 4x - 2y = 5 \\ -6x + 3y = 1 \end{cases}.$$

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants :

$$(1) \begin{cases} x + 3y - 2z = 10 \\ 5y = 5 \\ y - 3z = 10 \end{cases}, \quad (2) \begin{cases} 3x - 3y + 5z = 12 \\ y + 2z = -7 \end{cases}, \quad (3) \begin{cases} 3x - 3y + 5z = 12 \\ x + 3y = 5 \end{cases}.$$

Exercice 3. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants :

$$(1) \begin{cases} 2x + y - 3z = -9 \\ 3x + 3y + 2z = 1 \\ 5x - 2y + z = -10 \end{cases}, \quad (2) \begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + 3y + 8z = 1 \\ 3x + 2y + 17z = 1 \end{cases}, \quad (3) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ x - 4y + 2z = 0 \end{cases}.$$

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{R}^4$ le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z + 3t = 3 \\ 2x + 4y - 3z + 3t = 2 \\ 2x + 3y + 3z - 4t = 1 \end{cases}.$$

Exercice 5. Soit $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$. A quelle condition sur (a, b, c) le système

$$\begin{cases} x - 5y + 4z = a \\ 2x + 3y + z = b \\ -x - 21y + 10z = c \end{cases}$$

admet-il des solutions ?

Exercice 6. Soit $k \in \mathbb{R}$. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant en fonction de k :

$$\begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 1 \end{cases}.$$

Exercice 7. Résoudre le système suivant en fonction de la valeur du paramètre m :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + mz = 3 \\ x + my + 3z = 2 \end{cases}.$$

Exercice 8. Déterminer les valeurs du paramètre λ pour lesquelles le système suivant n'est pas de Cramer, et déterminer alors ses solutions :

$$\begin{cases} (2 + \lambda)x + 2y + 6z &= 0 \\ x + (-1 - \lambda)y + z &= 0 . \\ x + 3y + (5 - \lambda)z &= 0 \end{cases}$$

Exercice 9. Même exercice avec le système

$$\begin{cases} (2 - \lambda)x + y + 3z &= 0 \\ x + (2 - \lambda)y + 3z &= 0 . \\ -x - y + (-2 - \lambda)z &= 0 \end{cases}$$