
**Mathématiques TD6 : étude locale de fonctions
(deuxième partie)**

Exercice 1.

1. Calculer les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des expressions suivantes :

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} \leq f(x) \leq \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

- (b) Calculer la limite en $+\infty$ de l'expression $\frac{f(x)}{e^x}$.

Exercice 2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln \left(\sqrt{x^2 + 5} + 3x^2 \right).$$

Déterminer sa limite en -2 et $+\infty$.

Exercice 3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par

$$f(x) = \sqrt{\frac{x + \ln\left(\frac{x}{4}\right)}{4x + \sqrt{x}}}.$$

Déterminer sa limite en 4 et en $+\infty$.

Exercice 4. Soit f la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par $f(x) = (1+x)^{-\frac{1}{2}}$ et $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite de terme général $u_n = \frac{6n(2n+1)}{4n^2+1}$.

Déterminer la limite de la suite $(f(u_n))_{n \geq 0}$.

Exercice 5. Calculer

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(4n)^2 + (3n-1)^2 + 2n^2}{(n+1)(n+2)} \right)^{\frac{1}{3}}.$$