

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Ecrire un programme qui affiche à l'écran les valeurs de u_1 à u_{10} .

Quel semble être la limite de (u_n) ?

Exercice 2 (ESC 2009)

On définit une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par son premier terme $u_0 = 0$ et la relation, valable pour tout

entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{u_n^4 + 1}{4}$

Ecrire un programme en Pascal qui demande un entier n puis qui calcule et affiche la valeur de u_n .

Exercice 3 (Extrait Ecricome 2008)

On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1 + \ln(1 + u_n) \end{cases}$

On admet qu'il existe un réel α_1 tel que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha_1| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

1) Déterminer un entier n_0 de telle sorte que si l'entier n est supérieur ou égal à n_0 , alors

$|u_n - \alpha_1|$ est inférieur ou égal à 10^{-4}

2) Ecrire un programme en langage Pascal permettant d'obtenir les valeurs de n_0 et de u_{n_0} .

3) (*Sur ordinateur*) En déduire une valeur approchée à 10^{-4} près de α_1 .

Exercice 4

Soit u la suite définie par ses premiers termes $u_0 = 1$ et $u_1 = 1$ et pour tout entier n par la relation $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n$.

1) Ecrire un programme qui affiche la valeur de u_n , n étant donné par l'utilisateur.

2) L'étude mathématique de la suite nous donne l'expression explicite : $u_n = \frac{2}{3} \times 2^n + \frac{1}{3} (-1)^n$

Vérifier la valeur de u_6 .