

Exercice 1 (Ecricome 2010)

On considère l'application ϕ définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $\phi(x) = \ln(x) - \ln(x+1) + \frac{1}{x}$

On admet que ϕ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*$ et que l'équation $\phi(x) = 1$ admet une unique solution α et que $\frac{1}{3} \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$.

Proposer un programme en Pascal permettant d'encadrer α dans un intervalle d'amplitude 10^{-2} .

Exercice 2 (Ecricome 2011)

On considère l'application ϕ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} \phi(x) = 1 - x^2 \ln(x) & \text{si } x > 0 \\ \phi(0) = 1 \end{cases}$$

On admet qu'il existe un unique réel α tel que : $\phi(\alpha) = 0$ et que $\sqrt{2} < \alpha < 2$.

On considère les deux suites $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$a_0 = \sqrt{2}$ et $b_0 = 2$,

$\forall n \in \mathbb{N}$, si $\phi(a_n)\phi\left(\frac{a_n + b_n}{2}\right) < 0$ alors $a_{n+1} = a_n$ et $b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$

$\forall n \in \mathbb{N}$, si $\phi(a_n)\phi\left(\frac{a_n + b_n}{2}\right) \geq 0$ alors $a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$ et $b_{n+1} = b_n$.

Ecrire un programme en Pascal calculant a_7 et b_7 .

(d'autres dichotomies : Ecricome 2009, ESC 2007, ...)