# ECE1 : Informatique - T.D. n°14 Sujets de concours - Analyse

**Exercice 1 (ESC 2006)**
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x$.
On admet que l'équation $g(x) = 2$ admet une unique solution strictement négative $\alpha_2$.

On note $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ la suite ainsi définie : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ \text{Pour tout entier naturel } k,\ u_{k+1} = e^{u_k} - 2 \end{cases}$

On admet que pour tout entier naturel k : $0 \le u_k - \alpha_2 \le \left(\frac{1}{e}\right)^k$.

On considère le programme Turbo-Pascal suivant : (où **trunc** désigne la fonction partie entière)

```
program ex2 ;
var     N , k  : integer ;
        epsilon , u : real ;
begin
        writeln ( ' Donnez un reel strictement positif ' ) ;
        readln ( epsilon ) ;
        N := trunc ( - ln ( epsilon ) ) + 1 ;
        u := -1 ;
        for  k := 1  to  N  do  ..........................  ;
end.
```

Montrer que l'entier naturel N calculé dans ce programme vérifie : $\left(\frac{1}{e}\right)^N \le$ epsilon.

Compléter la partie pointillée de ce programme afin que la variable **u** contienne après son exécution une valeur approchée de $\alpha_2$ à epsilon près .

**Exercice 2 (EDHEC 2006)**

Compléter la déclaration de fonction suivante pour, qu'elle renvoie la valeur de $\left(\sum_{k=0}^{n-1} \frac{a^k}{k!}\right) e^{-a}$ à l'appel de sigma(a,n).

```
Function sigma(a : real ; n : integer) : real ;
var k : integer ;
p : real ;
Begin
p : = 1 ; s :=1 ;
For k : = 1 to n-1 do begin p := p*a / k ; s := . . . . . . ; end ;
s := . . . . . . ;
sigma : = s ;
end ;
```

**Exercice 3 Ecricome 2009**

On considère l'application $\phi$ définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par : $\phi(x) = 2\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{x}$

On admet que $\phi$ est décroissante sur ]0; 1/2[ et que l'équation $\phi(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ sur ]0; 1/2[.
Proposer un programme en Pascal permettant d'encadrer $\alpha$ dans un intervalle d'amplitude $10^{-2}$.