

ECE2 : T.D. d'informatique n°1 : Suites récurrentes

Exercice 1 – EML 2010

On note $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ l'application de classe C^2 , définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$f(x) = x - \ln(1 + x^2)$$

On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$

Ecrire un programme en Turbo-Pascal qui calcule et affiche un entier n tel que $u_n \leq 10^{-3}$.

Exercice 2 – EML 2009

On note $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ l'application définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$.

On admet que f admet un point fixe et un seul, noté α , qui vaut $\ln(2)$.

On admet que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α .

Ecrire un programme en Turbo-Pascal qui calcule et affiche le plus petit entier naturel n tel que $|u_n - \alpha| < 10^{-9}$

Exercice 3 – HEC 2009

Dans tout le problème, on considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0, u_1 = 1$ et la relation pour tout n de $\mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

On propose la fonction Pascal suivante :

Function $f(n : \text{integer})$ integer ;

var temp,u,v,k : integer ;

Begin

u := 0 ; v := 1 ;

for k := 1 to n-1 do

Begin

temp := ... ; v := ... ; u := ...;

end ;

f := ... ;

end ;

Compléter cette fonction aux quatre places signalées par des tirets de façon que la valeur rendue soit u_n .