

1. Formules des suites usuelles

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$,	alors (u_n) est une suite	Donc on a :
$u_{n+1} = u_n + r$ (r constante)	arithmétique	$u_n = u_0 + nr$ $= u_p + (n - p)r$
$u_{n+1} = u_n \times q$ (q constante)	géométrique	$u_n = u_0 \times q^n$ $= u_p \times q^{n-p}$
$u_{n+1} = au_n + b$ (a, b constants)	arithmético-géométrique	Point fixe : $c = ac + b$ La suite $v_n = u_n - c$ est géométrique de raison a .
$u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$	linéaire récurrente d'ordre 2 à coefficients constants	Equation caractéristique : $x^2 = ax + b$ _ si $\Delta > 0$, $u_n = \lambda x_1^n + \mu x_2^n$ (x_1, x_2 racines de l'équation) _ si $\Delta = 0$, $u_n = (\lambda n + \mu)x_0^n$ (x_0 racine de l'équation)

2. Etude d'une suite récurrente (= suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$)

- _ Pour montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq A$ (ou $u_n \leq A$, $A \leq u_n \leq B$, ...) :
 - Etudier le signe de $u_n - A$
 - Par récurrence en utilisant le sens de variation de f au besoin
- _ Pour montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq u_{n+1}$ (ou $u_n \geq u_{n+1}$) :
 - Etudier le signe de $u_{n+1} - u_n$
 - Par récurrence, en utilisant f au besoin (si $u_n \leq u_{n+1}$ et f croissante $f(u_n) \leq f(u_{n+1})$...)
- _ Pour montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - a| \leq k |u_n - a|$ (ou similaire)
 - Utiliser l'inégalité des accroissements finis entre u_n et a pour f .
- _ Pour montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n - a| \leq k^n |u_0 - a|$ (ou similaire)
 - Par récurrence, en utilisant la relation précédente dans l'hérédité.

3. Etude d'une suite implicite

Cadre : $\forall n \in \mathbb{N}$, f_n est une fonction continue. Par le théorème de la bijection, on montre que :
 $\forall n \in \mathbb{N}$, l'équation $f_n(x) = 0$ admet une unique solution u_n . (donc $f_n(u_n) = 0 \forall n \in \mathbb{N}$).

- _ Pour montrer une égalité sur u_n : Partir de $f_n(u_n) = 0$.
- _ Pour montrer que $u_n \leq A \forall n \in \mathbb{N}$: Comparer les images par f_n et utiliser le sens de variation de f_n
- _ Pour montrer que $u_n \leq u_{n+1} \forall n \in \mathbb{N}$: Comparer les images par f_n ou f_{n+1}

4. Limites : Pour trouver la limite d'une suite :

- si formule explicite, utiliser $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n$, croissances comparées, équivalents, ...
- si inégalité(s), utiliser le théorème des gendarmes ou le théorème de comparaison
- si (u_n) croissante majorée (ou décroissante minorée), elle converge (+ point fixe pour trouver la valeur si suite récurrente).