

1) Montrer la continuité d'une fonction f :

- en un point x_0 : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- sur un intervalle : somme, produit, quotient, composée de fonctions continues
- pour une fonction définie par morceaux : étudier les intervalles ouverts et séparément les points de "recollement".

2) Montrer que $\forall x \in I, f(x) \geq A$:

- Etudier le signe de $f(x) - A$
- Etudier les variations de f et en déduire le minimum

3) Montrer une inégalité vraie sur tout un intervalle I :

- _ Faire la différence des deux membres et étudier la fonction.
- _ Utiliser l'inégalité des accroissements finis

4) Etude des branches infinies :

si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$: A.V. d'équation $x = x_0$

$$\text{si } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \begin{cases} y_0 \in \mathbb{R} : \text{Asymptote horizontale d'équation } y = y_0 \\ \infty : \text{si } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \begin{cases} 0 : \text{B. P. de direction (Ox)} \\ \infty : \text{B. P. de direction (Oy)} \\ a \in \mathbb{R} : \text{si } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax = \begin{cases} b \in \mathbb{R} : \text{A. O. } y = ax + b \\ \infty : \text{B. P. direction } y = ax \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

5) Montrer que l'équation $f(x) = \lambda$ admet une unique solution $\alpha \in I$

Utiliser le théorème de la bijection. N'oubliez pas de montrer que $\lambda \in f(I)$.

6) Calculer une intégrale

- Reconnaître une primitive usuelle ou dérivée d'une composée usuelle ($u \times u'$, $\frac{u'}{u}$, $\frac{u'}{u^2}$, ...)
- Utiliser une intégration par parties
- Utiliser un changement de variable
- Utiliser la parité

7) Montrer une inégalité sur une intégrale $\int_a^b f(x)dx$

Montrer une inégalité pour $f(x)$ sur tout l'intervalle $[a;b]$, puis utiliser la croissance de l'intégrale (attention à l'ordre des bornes).

8) Etudier une fonction du type : $f(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} g(t)dt$:

Poser G une primitive de g (il est inutile de la calculer).

Alors $f(x) = G(v(x)) - G(u(x))$

donc $f'(x) = v'(x)g(v(x)) - u'(x)g(u(x))$ (si u, v dérivables et $g \in C^0$)

9) Tracer la courbe d'une fonction

- Choisir un cadre et une unité adaptés
- Placer les points particuliers (maxima, minima, points d'inflexion) et la tangente en ces points
- Placer les asymptotes
- Tracer une courbe COHERENTE avec le tableau de variations, la convexité, la parité éventuelle et toutes les propriétés démontrées sur cette fonction.