ECE2 - Exercice (Intégrales impropres)

(D'après ESC 2007)

a désigne un réel strictement positif.

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = 0 \text{ si } x < a \\ f(x) = \dfrac{3a^3}{x^4} \text{ si } x \geq a \end{cases}$

1) Montrer que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ est convergente et que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

2) Montrer que les intégrales $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x)dx$ et $F = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \times f(x)dx$ convergent.

On pose $V = F - E^2$. Montrer que $E = \dfrac{3a}{2}$ et que $V = \dfrac{3a^2}{4}$.

3) Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $G(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$.

Déterminer l'expression de G(x) en fonction de x.

ECE2 - Exercice (Intégrales impropres)

(D'après ESC 2007)

a désigne un réel strictement positif.

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = 0 \text{ si } x < a \\ f(x) = \dfrac{3a^3}{x^4} \text{ si } x \geq a \end{cases}$

1) Montrer que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ est convergente et que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

2) Montrer que les intégrales $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x)dx$ et $F = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \times f(x)dx$ convergent.

On pose $V = F - E^2$. Montrer que $E = \dfrac{3a}{2}$ et que $V = \dfrac{3a^2}{4}$.

3 Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $G(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$.

Déterminer l'expression de G(x) en fonction de x.