Chapitre 6 Ensembles Dénombrements Feuille n°3

Exercice 1 On tire simultanément 3 boules dans une urne contenant 4 boules rouges, 3 boules vertes et deux boules noires.

- 1) Combien de résultats différents peut-on obtenir ?
- 2) Calculer le nombre de cas où :
 - a) le tirage contient exactement 2 boules rouges.
 - b) Le tirage contient au moins 2 boules rouges.
 - c) Le tirage contient exactement 2 boules de la même couleur.
 - d) Le tirage contient une boule de chaque couleur.
 - e) Le tirage contient des boules d'au moins deux couleurs différentes.

Exercice 2 On tire simultanément 4 cartes d'un jeu de 32 cartes.

- 1) Combien de tirages différents peut-on obtenir ?
- 2) Combien de tirages différents peut-on obtenir contenant :
 - a) 4 carreaux ou 4 cœurs ?
 - b) 2 cœurs et 2 piques ?
 - c) au moins un roi ?
 - d) au plus un roi ?
 - e) 2 rois et 2 cœurs ?

Exercice 3

On considère une urne contenant 2 boules bleues et 4 boules jaunes.

On tire successivement et en les remettant à chaque fois 10 boules de l'urne.

A chaque fois, on donnera la formule sans calculer le résultat.

- 1) Dénombrer tous les résultats possibles.
- 2) Dénombrer les résultats où on obtient :
 - a) une boule bleue exactement
 - b) deux boules bleues exactement
 - c) au plus trois boules bleues

Exercice 4

On cherche d'une autre manière que dans l'exercice 6 de la feuille n°2 le nombre d'anagrammes du mot ANAGRAMME.

- 1) De combien de manières peut-on placer les 3 lettres A ?
- 2) Les lettres A étant placées, de combien de manières peut-on placer les deux M ?
- 3) Combien d'anagrammes obtient-on ?

Exercice 5 Pour $x \in \mathbb{R}$, développer $A(x) = (4x + \sqrt{2})^3$ $B(x) = (1 - 2x)^6$

Exercice 6 Démontrer sans utiliser de récurrence que $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 4^k = 5^n$

Exercice 7

- 1) a) Soient $(p, n) \in \mathbb{N}^2$ tels que $1 \leq p \leq n$. Montrer que $p \binom{n}{p} = n \binom{n-1}{p-1}$
- b) Soit $n \geq 1$. Calculer en fonction de n , $S_n = \sum_{p=1}^n p \binom{n}{p}$ (on pourra poser $p' = p - 1$)
- 2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 + x)^n$.
 - a) Développer f , puis calculer de deux manières différentes la dérivée de f .
 - b) A l'aide de $f'(1)$, retrouver la valeur de $\sum_{p=1}^n p \binom{n}{p}$.