

Chapitre 5 Convergence : Feuille d'exercices n°1

Exercice 1

Soit la suite u définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 4 + \frac{3}{\sqrt{n}}$.

Déterminer la limite de (u_n) . Déterminer un rang n_0 à partir duquel $|u_n - 4| \leq 10^{-4}$

Exercice 2

Soit $u_n = \sqrt{2} - \frac{5}{2^n}$. Déterminer la limite de (u_n) . Déterminer un rang n_0 à partir duquel u_n est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-3} près.

Exercice 3

Déterminer les limites des suites suivantes, si elles existent :

$$u_n = (-2)^n \quad v_n = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \quad w_n = \frac{(0,95)^n}{(0,7)^{n-5}} \quad z_n = \frac{3^{n+1}}{2^{2n}} \quad t_n = (-1)^{2n+1}$$

Exercice 4 Soit $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $S_n = \sum_{k=0}^n \frac{2^k}{3^{k-1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Déterminer la valeur de S_n , puis calculer sa limite.

Exercice 5 Déterminer deux suites u et v telles que :

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = +\infty$
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = -\infty$
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = 5$

Exercice 6 Déterminer deux suites u et v telles que :

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n = +\infty$
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n = 0$
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n = 5$

Exercice 7 Déterminer la limite de ces suites (sans utiliser de propriété sur le monôme de plus haut degré).

$$1) u_n = 1 + n - 3n^2 \quad 2) v_n = \frac{n+1}{n-1} \quad 3) w_n = \frac{n-3}{2n^2-5} \quad 4) \sqrt{n^2+1} - 2n$$

Exercice 8

Calculer, quand elles existent, les limites des expressions suivantes :

$$1) n - \sqrt{n} + 1 \quad 2) 5^n - (-2)^n \quad 3) \frac{(-3)^n + 4}{7^n} \quad 4) \frac{1}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n-1}}$$
$$5) e^{-1/n^2} \quad 6) \ln\left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)$$