

Chapitre 4 : Suites - Feuille d'exercice n°1

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n - 9}{u_n - 4} \end{cases}$$

- 1) Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$. Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.
- 2) En déduire l'expression de v_n en fonction de n , puis de u_n en fonction de n .

Exercice 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r .

Pour $n \in \mathbb{N}$, on note $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$. Exprimer S_n en fonction de u_0 , n et r .

Exercice 3

Soient x et y deux réels tels que $y = \frac{7x - 1}{4x + 5}$. Exprimer x en fonction de y .

Exercice 4

On considère la suite u définie par $u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{2u_n + 4}$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, u_n existe et $u_n \in \mathbb{R}^+$.

On introduit alors la suite auxiliaire t définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $t_n = \frac{2u_n - 1}{u_n + 1}$

2. Montrer que la suite t est géométrique.
3. Expliciter alors t_n en fonction de n , en déduire u_n en fonction de n .

Exercice 5

On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - v_n \\ v_{n+1} = u_n + 4v_n \end{cases} \text{ et } \begin{cases} u_0 = 2 \\ v_0 = -1 \end{cases}$$

1. On considère la suite p définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $p_n = u_n + v_n$.

Montrer que la suite (p_n) est géométrique.

En déduire l'expression de p_n en fonction de n .

2. A l'aide de la question précédente, montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 3v_n + 3^n$.

3. Montrer que la suite $z_n = \frac{v_n}{3^n}$ est arithmétique.

En déduire l'expression de z_n en fonction de n .

4. Donner enfin l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n .

Exercice 6

Exprimer u_n en fonction de n dans les cas suivants :

a) $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -u_n + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -5u_n + 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_1 = -4 \\ \forall n \geq 1, u_{n+1} = 2u_n + 2 \end{cases}$