

Chapitre 24 : Fonctions à deux variables – Feuille n°1

Exercice 1

Représenter graphiquement dans le plan $\mathbb{R}^2$ l'ensemble des points $(x;y)$ tels que :

$$\text{a) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 3y - 6 \leq 0 \\ 3x + y - 6 \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) Représenter dans le plan } \mathbb{R}^2 \text{ l'ensemble des points } (x;y) \text{ tels que : } \begin{cases} x \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$

Exercice 2

Déterminer l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan tels que : $x^2 + y^2 - 2x + 5y + 6 = 0$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par : $f(x,y) = x^2 + 3y^2 + 2x - 4y$.

En utilisant la forme canonique (en x et en y), montrer que le minimum de f est $-\frac{7}{3}$.

Pour quelle valeur de x et y le minimum est-il atteint ?

Exercice 4

Calculer les dérivées du premier ordre des fonctions suivantes :

(on n'étudiera pas l'ensemble de définition et d'existence des dérivées partielles).

$$a(x, y) = y^2 - x^2y + x^4 \quad b(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad c(x, y) = ye^{-xy}$$

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par : $f(x,y) = xe^{-(x^2 + y^2)}$

1) Déterminer $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$.

2) Déterminer les points critiques de f .

Exercice 6

Même énoncé que l'exercice 5 avec la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

Exercice 7

Pour les fonctions a et b de l'exercice 4, déterminer les dérivées partielles secondes.