

Chapitre 2 : Polynômes - Feuille d'exercices n°1

Exercice 1

Déterminer, sans utiliser le discriminant, les racines des polynômes :

1) $P(x) = x^2 - 5$ 2) $P(x) = -7x^2 + 5x$ 3) $P(x) = 17x^2 + 3$ 4) $P(x) = (2x + 3)^2 - 1$

Exercice 2

1) Déterminer la forme canonique des polynômes suivants :

a) $P(x) = -2x^2 + 6x - 5$ b) $Q(x) = x^2 + 5x + 1$ c) $R(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \sqrt{3}x - 1$

2) En déduire les racines éventuelles de ces polynômes sans utiliser le discriminant.

3) A l'aide de la forme canonique, montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $P(x) \leq -\frac{1}{2}$

4) A l'aide du discriminant, retrouver les résultats de la question 2).

Exercice 3

Donner la forme factorisée des polynômes suivants :

$a(x) = -x^2 + 6x - 9$ $b(x) = 3x^2 + 5x - 8$

Exercice 4

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré qui admet deux racines x_1 et x_2 .

1) Donner en fonction de a , x_1 et x_2 la forme factorisée de P .

2) En développant cette expression, montrer que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

Exercice 5

A l'aide d'une inconnue secondaire, résoudre les équations suivantes :

(E₁) : $(\ln x)^2 + 3 \ln x + 2 = 0$ (E₂) : $x^4 = x^2 + 2$ (E₃) : $e^x + e^{-x} = 2$

Exercice 6

1) Etudier le signe des expressions $a(x) = 5x^2 + 2x + \frac{1}{5}$, $b(x) = -3x^2 - x + 10$

2) Résoudre l'inéquation $\frac{5x^2 + 2x + \frac{1}{5}}{-3x^2 - x + 10} \geq 0$.

Exercice 7

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = x^2 - 2x + 3$

Soit m un nombre réel quelconque. Etudier, en fonction de m , le nombre de solutions de l'équation $P(x) = m$.

Exercice 8

Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation :

$$x^2 + 2(m+2)x + 6 - 2m^2 - m = 0$$