

## Chapitre 15 : Fonctions usuelles

### Exercice 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ .

- 1) Etudier la parité de  $f$ . Interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) Déterminer les limites de  $f$ . Interpréter graphiquement ce résultat.
- 3) Etudier les variations de  $f$ .
- 4) Etudier la convexité de  $f$ . Préciser les points d'inflexion et l'équation de la tangente en ces points.
- 5) Tracer la courbe de  $f$ . (on prendra  $1/\sqrt{e} \approx 0,607$ )

### Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  par :  $f(x) = e^{1/(1-x)}$ .

- 1) Déterminer les limites de  $f$  en  $+\infty$ ,  $-\infty$  et  $1$ . Interpréter graphiquement les résultats.
- 2) Etudier les variations de  $f$ .
- 3) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 1, x > 1} f'(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat.
- 4) Etudier la convexité de  $f$ . Préciser le(s) point(s) d'inflexion éventuel(s).
- 5) Tracer la courbe de  $f$ . ( $1/e^2 \approx 0,135$ )

### Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie par sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = x^{1/x}$

- 1) Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité en  $0$ .
  - 2) Etudier le comportement asymptotique en  $+\infty$ .
  - 3) Etudier les variations de  $f$ .
- On admet que  $C_f$  admet une demi-tangente horizontale en  $0$ .
- 4) Tracer la courbe de  $f$ . ( $e^{1/e} \approx 1,44$ )
  - 5) D'après la courbe de  $f$ , combien la fonction admet-elle de points d'inflexion ?

### Exercice 4

Montrer que la fonction valeur absolue est continue sur  $\mathbb{R}$  et dérivable sur  $\mathbb{R} - \{0\}$ , mais pas en  $0$ .