Chapitre 13 : Dérivée d'une fonction – Feuille n°2

Exercice 1

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

$a(x) = x^3e^x$ sur $\mathbb{R}$ $\quad$ $b(x) = (e^x - 2x + 1)^2$ sur $\mathbb{R}$ $\quad$ $c(x) = \dfrac{e^x}{x^2 - 1}$ sur $]-1;1[$

$d(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ sur $\mathbb{R}^+$ $\quad$ $e(x) = (e^{2x} - x^2)^3$ sur $\mathbb{R}$ $\quad$ $f(x) = \dfrac{1}{(3x + 2)^5}$ sur $]-\dfrac{2}{3}; +\infty[$

$g(x) = \ln(1 + x^2)$ sur $\mathbb{R}$ $\quad$ $h(x) = \ln(|2x + 1|)$ sur $\mathbb{R} - \{-1/2\}$ $\quad$ $i(x) = \exp\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$ sur $]0;+\infty[$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 1$.

1°) Montrer f admet une fonction réciproque g sur un intervalle que l'on précisera.

2°) a) Déterminer sur quel ensemble g est dérivable. Déterminer l'expression de g ' en fonction de g sur cet ensemble.

b) Déterminer g(7) et en déduire g'(7)

c) La courbe de g admet-elle une tangente au point d'abscisse -1 ?

Exercice 3

Soit $f : \begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \ln(x^2 + 1) \end{cases}$

1) Montrer que la restriction de f à $\mathbb{R}^+$ est une bijection de $\mathbb{R}^+$ sur $\mathbb{R}^+$.

2) Calculer f(2). En déduire $(f^{-1})'(\ln(5))$.

3) Déterminer explicitement f^{-1} et en déduire l'expression de $(f^{-1})'$.

Vérifier le résultat de la question 2.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x$.

1) Montrer que f est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}$.

2) a) Déterminer f ', f '', $f^{(3)}$ puis conjecturer une formule pour $f^{(n)}$ pour $n \geq 1$

b) Démontrer la formule conjecturée.