

Chapitre 11 : Etude locale d'une fonction - Feuille d'exercices n°1

Exercice 1

1) On considère la fonction f définie sur $[1; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = 7 - x & \text{pour } x > 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$
 f est-elle continue en 1 ?

2) On considère la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} g(x) = x \ln(x) & \text{pour } x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$
 g est-elle continue en 0 ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \geq 0 \\ e^{-x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$.
Montrer que f est continue en 0.

Exercice 3

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1, & \text{si } x < -1 \\ f(x) = x + 1 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ f(x) = -x + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$
Etudier la continuité de f en -1 et en 2.

Exercice 4

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{2x^2 - x - 10}{x + 2}$.
Montrer que la fonction admet un prolongement par continuité en -2 .
2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$
 g admet-elle un prolongement par continuité en 1 ?

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{e^{-3x} - 1}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = -3 \end{cases}$ f est-elle continue en 0 ?

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ par : $f(x) = \frac{2x - 3}{(x + 1)(x - 2)}$
Etudier la limite de f en -1 et en 2.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $]0; e[\cup]e; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{1 - \ln(x)}$
Déterminer la limite de f en 0 et en e .

Exercice 8 Déterminer :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x + 1) - \ln(x)$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + 1)}{\ln(x)}$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1)$ 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 5x)}{x}$