Chapitre 11 : Etude locale d'une fonction : Feuille n°2

Exercice 1 On considère les 9 expressions suivantes : $1, x, x^2, \sqrt{x}, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, e^x, e^{-x}, \ln(x)$

1) Classer ces fonctions de la plus négligeable à la plus prépondérante en $+\infty$.
2) Même question au voisinage de 0^+.

Exercice 2 Déterminer un équivalent en 0, puis la limite en 0 de :

$f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{x^2}$ $\qquad g(x) = \dfrac{\ln(1 + 3x)}{\ln(1 - 2x)}$

Exercice 3 Pour chacune des fonctions g_i suivantes, déterminer un équivalent simple en $+\infty$ et en déduire leur limite en $+\infty$.

$g_1(x) = \dfrac{(1 - 2x)^2}{1 - x^3}$ $\qquad g_2(x) = \ln(x) - x$ $\qquad g_3(x) = x - \exp(x)$

$g_4(x) = \sqrt{x} + 2 - x + x^2$ $\qquad g_5(x) = x^2 - \sqrt{x^3 - 1}$ $\qquad g_6(x) = x^2 - (\ln x)^3$

$g_7(x) = x^2\ln(x) - x^3 + 1$ $\qquad g_8(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{2\ln(x)}$ $\qquad g_9(x) = \dfrac{\ln(x) + x}{x + x^3}$

Exercice 4 Déterminer

a) $\lim\limits_{x \to 0} x^3\ln^2(x)$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 3x + 1)e^{-x}$

c) $\lim\limits_{x \to 0,\, x<0} \dfrac{1}{x} e^{1/x}$ $\qquad$ d) $\lim\limits_{x \to 0,\, x>0} x^2e^{1/x}$

Exercice 5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x + 1}$

1) Déterminer la limite de f en -1. Que peut-on en déduire pour C_f ?

2) Déterminer trois réels a, b, c tels que : $\forall x \neq -1$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + 1}$.

3) Montrer que C_f admet en $+\infty$ et en $-\infty$ une asymptote oblique dont on précisera l'équation. Etudier la position de C_f par rapport à cette asymptote.

Exercice 6 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par : $f(x) = \dfrac{xe^x + 1}{x + 1}$

Etudier les branches infinies de f en $+\infty$ et $-\infty$.

Exercice 7 Soit f la fonction définie sur $]-2; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - \ln(x)}{x + 2}$.

Etudier la branche infinie de f en $+\infty$.

Exercice 8 Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = -3x + 2\sqrt{x}$
Etudier la branche infinie de f en $+\infty$.