Chapitre 10 : Lois finies usuelles Feuille n°1

Exercice 1
Une urne contient 50 boules numérotées 0, 2, 4, … 98. On tire une boule au hasard.

Soit X le numéro de la boule obtenue. On pose $Y = \frac{X}{2} + 1$.

1) Déterminer la loi de Y, E(Y) et V(Y).
2) En déduire E(X) et V(X).

Exercice 2 Pour chaque candidat, la probabilité d'être admis à un examen est 0,55. On considère un ensemble de 10 candidats. Soit X le nombre de candidats reçus à l'examen.
(on considérera que les résultats des élèves sont indépendants).
1) Déterminer la loi de X.
2) Calculer la probabilité des événements suivants : E_1 : "aucun candidat n'est reçu"
E_2 : "8 candidats exactement sont reçus". E_3 : "3 candidats au moins sont reçus".

Exercice 3 Une urne contient dix boules rouges et cinq boules vertes.
On pioche l'une après l'autre sept boules que l'on replace à chaque fois dans l'urne.
On note R le nombre de boules rouges obtenues. (et V le nombre de boules vertes obtenues).
Déterminer la loi de R (on précisera P(R = k), l'espérance et la variance de R).
Faire de même pour V.

Exercice 4 Une urne contient 2 boules blanches et 8 boules noires. Un joueur tire successivement n boules avec remise. S'il tire une boule blanche, il gagne 2 points, sinon il en perd 3. Soit X_n le nombre de boules blanches et Y_n le nombre de points obtenus.
1) Déterminer la loi de X_n, puis $E(X_n)$ et $V(X_n)$.
2) Exprimer Y_n en fonction de X_n. En déduire $E(Y_n)$ et $V(Y_n)$.

Exercice 5 Pour fabriquer des piles, une usine dispose de deux machines A et B, la machine A réalisant les 3/4 de la production. La probabilité qu'une pile sortant de A (respectivement B) soit défectueuse est de 0,1 (respectivement 0,2), les défauts n'étant dus qu'au hasard. Chaque machine conditionne les piles qu'elle fabrique par boites de n piles (avec $n \geq 2$). Toutes ces boîtes sont alors entreposées ensemble.
On prend une boîte au hasard. Soit X le nombre de piles défectueuses dans cette boîte.
1) a) X suit-elle une loi binomiale ?
b) Pour $k \in \{0, \ldots, n\}$, déterminer $P_A(X = k)$ et $P_B(X = k)$. En déduire la loi de X.
2) La boîte choisie ne contient aucune pile défectueuse. Déterminer la probabilité qu'elle ait été fabriquée par A. Quelle est la limite de cette probabilité quand n tend vers $+\infty$?

Exercice 6 Refaire l'exercice 3 en supposant que les 7 boules sont tirées simultanément. (on précisera les valeurs prises par R et V). On ne demande pas la variance.

Exercice 7 Un service après-vente dispose d'équipes de dépannage qui interviennent auprès de la clientèle sur appel téléphonique. Les appels se produisent de façon indépendante, et la probabilité qu'un retard se produise dans le dépannage à la suite d'un appel est p = 1/4.
1. Un même client a appelé le service à 8 dates différentes. Soit X le nombre de retards que ce client a subi. Définir la loi de probabilité de X. Calculer E(X) et V (X).
2. On considère un ensemble de 8 clients différents. 2 d'entre eux sont mécontents parce qu'ils ont subi un retard. On contacte 4 clients parmi les 8. Soit M le nombre de clients mécontents parmi les 4 contactés. Reconnaître la loi de M. La donner explicitement. Calculer E(M) de deux manières différentes.